

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Физика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.В.01.01 Методика обучения математике
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2020

## **I. Методические рекомендации**

### **1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий**

- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

### **1.2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

- На практическом занятии студенты решают задачи под руководством преподавателя. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы.
- Практические занятия посвящены изучению наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности студентов по изучаемой дисциплине.
- В ходе подготовки к практическим занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.
- Можно подготовить свой конспект ответов по рассматриваемой тематике, подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на занятие. Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.

### **1.3 Методические рекомендации к самостоятельной работе**

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса

обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:
  - изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
  - подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
  - участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
- Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

#### **Чтение учебника**

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

#### **Самопроверка**

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.
- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

#### **1.4 Проведение занятий в интерактивной форме**

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде коллективных решений творческих задач.
- Коллективные решения творческих задач. Под творческими заданиями понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют несколько подходов, несколько методов решения.

#### **1.5 Методические рекомендации по решению задач, в том числе дополнительных**

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения.
- В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа  $\pi$  и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие. Само решение следует сопровождать необходимыми расчетами и пояснениями с указанием применяемых формул, анализом и выводами.
- Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво без помарок, зачеркиваний и сокращений слов.

#### **1.6 Методические указания по подготовке к решению кейсов – практических ситуаций**

- Кейс (в переводе с англ. – случай) представляет собой проблемную ситуацию, предлагаемую студентам в качестве задачи для анализа и поиска решения. Обычно кейс содержит схематическое словесное описание ситуации, статистические данные, а также мнения и суждения о ситуациях, которые трудно предсказать или измерить. Кейс, охватывает такие виды речевой деятельности как чтение, говорение и письмо.
- Кейсы наглядно демонстрируют, как на практике применяется теоретический материал. Данный материал необходим для обсуждения предлагаемых тем, направленных на развитие навыков общения и повышения профессиональной компетенции. Зачастую в кейсах нет ясного решения проблемы и достаточного количества информации.
- Анализ кейса должен осуществляться в определенной последовательности:
  - Выделение проблемы.
  - Поиск фактов по данной проблеме.
  - Рассмотрение альтернативных решений.
  - Выбор обоснованного решения.

#### **1.7 Методические рекомендации по выполнению домашних и индивидуальных заданий**

- Домашние задания по курсу выполняются обучающимися самостоятельно в отдельной тетради или в тетради для практических занятий.
- Домашние задания ориентированы на закрепление теоретического материала, изученного в ходе лекционного занятия и отработанного на практических занятиях по каждой теме курса.
- При выполнении домашнего задания обучающийся должен повторить теоретический материал лекции по данной теме; разобрать задания, выполненные на практическом занятии; записать условие задания

в тетрадь; полно и с обоснованием действий выполнить решение заданий; при необходимости привести необходимые уточнения (формулы, теоремы, утверждения), на основе которых проводилось решение; записать ответ или вывод.

- Все индивидуальные задания необходимо защитить в устной форме, ответив на вопросы преподавателя по выполнению заданий и обоснованию приведенного решения.

### **1.8 Методические рекомендации по выполнению контрольных работ**

- Контрольные работы по данной дисциплине выполняются в отдельных тетрадях для контрольных работ или на отдельных листах, которых хранятся у преподавателя; в них же обучающийся выполняет работу над допущенными ошибками в случае неудовлетворительного выполнения контрольной работы или дополнительное задание для допуска к пересдаче контрольной работы.
- Контрольная работа считается зачтенной, если правильно выполнено не менее 60% заданий.
- Задания контрольной работы выполняются аккуратно, последовательно, обоснование решения и ответ обязательны в каждом задании.
- При написании работы можно использовать черновик.
- При выполнении контрольных работ не допускается использование мобильных устройств, гаджетов, калькуляторов, учебной литературы.

### **1.9 Методические рекомендации по выполнению теста, в том числе итогового**

- Итоговый тест проводится в виде компьютерного тестирования (база тестовых материалов на сайте МАГУ в разделе ЭИОС МАГУ курс «Методика преподавания математики»).
- Для успешного прохождения итогового теста обучающиеся в режиме самоподготовки выполняют задания подготовительных тестов на сайте МАГУ.
- Сложные задания, встречаемые в тестах, студенты могут выполнять на групповых и индивидуальных консультациях по предмету.
- Перед прохождением теста обучающийся должен повторить весь теоретический и практический материал курса, выучить основные формулы, определения, утверждения и теоремы, знать способы и методы решения ключевых заданий курса.

### **1.10 Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета**

- Зачет осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать зачет в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По данной дисциплине зачет принимается по практической части курса. Задания, предлагаемые на зачете, соответствуют оценочным средствам для промежуточной аттестации обучающихся по предмету.
- Студент обязан не только представить правильно выполненные задания, но и защитить свое решение.
- Преподавателю предоставляется право задавать студентам вопросы по решению заданий практической части с целью выявления глубины понимания изученного материала и степени самостоятельности выполнения заданий.
- При явке на зачет студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют преподавателю в начале зачета.
- Рекомендуется при подготовке к зачету опираться на следующий план:
  1. Повторить теоретическую часть курса.
  2. После работы над теорией необходимо ответить на вопросы для самоконтроля.
  3. Повторить методы, способы и приемы решения задач по всем темам курса, опираясь на задания, которые решались на практических занятиях и предлагались для самостоятельной работы.
  4. Решить типовые задания по данной теме.

### **1.11 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзамена**

- Экзамен осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать экзамен в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По данной дисциплине экзамен принимается по билетам, содержащим два вопроса. Экзаменационные билеты утверждаются на заседании кафедры.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.

- При явке на экзамен студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале экзамена.
- Рекомендуется при подготовке к экзамену опираться на следующий план:
  1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к экзамену.
  2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
  3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить задания к ней. При этом для эффективного закрепления информации решить задания первый раз лучше без использования учебных материалов, второй раз с их использованием.

## II. Планы практических и лабораторных занятий

### 7 семестр

#### Тема 1. Цели обучения математике в средней школе. Программы по математике для средней школы (2 часа)

##### План:

1. Математическое образование в системе непрерывного образования.
2. Целостный подход к процессу обучения математике.
3. Ведущие цели обучения математике в школе.
4. Функции обучения математики.
5. Общие вопросы теории и методики обучения математике.
6. Предмет и методы теории методики обучения математике, цели и содержание школьного курса математики.
7. Анализ программ и учебников по математике средней школы, гимназий.
8. Методы и средства обучения математике.
9. Математические предложения, задачи в обучении математике, типы уроков. Составление конспекта урока.
10. Принципы дидактики в обучении математике.
11. Основные содержательно-методические линии школьного курса математики.
12. Принципы и методы обучения математике.

**Литература:** [1, с. 17-75]; [3, с. 9-60]; [4, с. 217-286]; [5, с. 112-129]; [6, с. 4-77].

##### Вопросы для самоконтроля:

1. Каковы роль и место математического образования в современном обществе?
2. Каковы основные тенденции развития математического образования в России?
3. Что означает термин «методика»?
4. Сформулируйте задачи, стоящие перед методикой обучения математике.
5. Знания из каких областей необходимы, чтобы эффективно осуществлять процесс обучения математике?
6. Перечислите компоненты процесса обучения математике, дайте характеристику каждого из них.
7. Сформулируйте предмет методики обучения математике.
8. Перечислите уровни освоения образовательной области «Математика».

##### Пример кейс-задания для коллективного решения:

**Задача.** Используя рекомендованную литературу, составить конспекты.

- **I подзадача.** Дидактические принципы в обучении математике.
- **II подзадача.** Словесные и практические методы обучения математике.
- **III подзадача.** Привести примеры использования логических методов в школьном курсе математики.
- **IV подзадача.** Составить таблицу «Использование методов обучения на уроках математики».

##### Задания для самостоятельной работы:

4. Охарактеризуйте функции обучения математике.
5. Раскройте смысл понятий «гуманизация» и «гуманитаризация» математического образования.
6. Охарактеризуйте расположение математического материала в учебных программах.
7. Дайте определения каждому из понятий: знания, умения, навыки.
8. Назовите и охарактеризуйте основные содержательные линии школьного курса математики.
9. Приведите классификацию методов обучения по различным основаниям (по источнику знаний, по характеру познавательной деятельности и т.д.).
10. В учебниках математики для 5 класса найдите утверждения, выведенные по индукции.
11. Из школьного курса математики приведите примеры дедуктивных умозаключений.

## **Тема 2. Методика формирования математических понятий (2 часа)**

### **План:**

1. Понятие. Объем и содержание понятия.
2. Структура определения.
3. Логико-математический анализ определений понятий.
4. Процесс формирования понятий. Основные этапы формирования понятий.
5. Варианты методики введения понятий школьного курса математики.

**Литература:** [1, с. 76-102]; [3, с. 61-66]; [4, с. 137-154].

### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Каково соотношение между содержанием и объемом понятия?
2. Что такое существенные и несущественные свойства понятия?
3. Что значит «определить понятие»?
4. Каковы способы определения понятия?
5. Каков процесс формирования понятий?
6. Приведите варианты методики введения понятий школьного курса математики.

### **Задания для самостоятельной работы:**

1. Вспомните основной теоретический материал темы.
2. Выполните классификацию понятия «комплексные числа».
3. Для понятий «отрезок» и «арифметический квадратный корень»:
  - установите способ определения;
  - определите структуру определения;
  - разработайте методику введения дедуктивным и индуктивным путями.
4. На основе анализа школьных учебников по математике 5-6 классов установите возможные последовательности изучения множества рациональных чисел.
5. Для приведенных в списке понятий школьного курса математики установите вид (способ) определения, определите структуру определения (род, термин, видовые отличия, вид логических связей видовых отличий) понятий, которые определены через ближайший род и видовые отличия.  
Список понятий: десятичная дробь; обыкновенная дробь; равные дроби; модуль числа («Математика», 5-6 кл.); тождество; модуль числа; арифметическая (геометрическая) прогрессия («Алгебра», 7-9 кл.); точка; прямая; параллелограмм; прямоугольник; ромб; квадрат; симметрия относительно точки; параллельный перенос; скрещивающиеся прямые; параллельность прямой и плоскости («Геометрия», 7-11 кл.).
6. Разработайте методику введения дедуктивным и индуктивным путями трех понятий по одному из школьных курсов: «Математика» 5-6 классы, «Алгебра» 7-9 классы, «Геометрия» 7-9 классы (выбор понятия осуществляет студент).

## **Тема 3. Математические утверждения и теоремы. Логико-математический анализ теорем и методические особенности их изучения (4 часа)**

### **План:**

1. Суждения. Основные свойства суждений. Структура суждения. Виды суждений.
2. Математические предложения. Логическая структура математического предложения.
3. Математические утверждения. Теорема.
4. Теорема. Доказательства. Формы формулирования теоремы.
5. Работа с теоремой, ее доказательством при обучении математике.

**Литература:** [1, с. 103-111]; [3, с. 66-74]; [4, с. 171-183]; [6, с. 182-201].

### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Выделите условие и заключение в каждой из следующих теорем:
  - а) Если углы смежные, то их сумма равна  $180^\circ$ .
  - б) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
  - в) Равенство треугольников есть достаточное условие их равновеликости.
  - г) Четность суммы есть необходимое условие четности каждого слагаемого.
2. Сформулируйте предложения, обратные следующим теоремам. Какие из них являются теоремами?
  - а) Если четырехугольник является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны.
  - б) Если параллелограмм является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны.
  - в) Если каждое слагаемое является четным числом, то и сумма – четное число.
3. Сформулируйте предложения, противоположные теоремам, приведенным в упражнении 2.

4. Какие из этих предложений – теоремы?
5. Для каждой теоремы из упражнения 2 сформулируйте теорему, равносильную ей согласно закону контрапозиции.
6. Для каждой из следующих теорем сформулируйте обратное, противоположное и обратно противоположное утверждения и установите, какие из них будут теоремами:
  - а) Если прямоугольник является квадратом, то его диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.
  - б) Всякий параллелограмм с равными диагоналями есть прямоугольник или квадрат.
7. Покажите, что следующие теоремы являются конъюнкцией двух теорем:
  - а) Две прямые плоскости параллельны тогда и только тогда, когда они перпендикулярны одной и той же прямой.
  - б) Для того чтобы в прямоугольном треугольнике катет составлял половину гипотенузы, необходимо и достаточно, чтобы угол, лежащий против этого катета, был равен  $30^\circ$ .

#### **Задания для самостоятельной работы:**

1. Выполнить логико-математический анализ утверждений, им обратных, противоположных и обратных противоположным.  
Утверждение 1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.  
Утверждение 2. В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.  
Утверждение 3. Вертикальные углы равны.  
Утверждение 4. Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то число делится на 5.
2. Выполните логико-математический анализ четырех утверждений школьного курса математики (два по геометрии и два по алгебре), а также утверждений, обратных данным, противоположных данным, противоположных обратным. Утверждения выберите самостоятельно.
3. Выделите общие методические рекомендации по обучению теоремам (по материалам лекции).
4. Разработайте методику обучения теоремам.  
*Теорема 1.* Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства изменится на противоположный.  
*Теорема 2.* Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

#### **Тема 4. Методика формирования умений (4 часа)**

##### **План:**

1. Теоретический материал по теме «Алгоритмы, методика обучения правилам и алгоритмам».
2. Варианты логико-математического анализа правил.
3. Методика обучения правилам и алгоритмам.
4. Варианты разработки алгоритмических предписаний.

**Литература:** [1, с. 184-194]; [2, с. 125-346]; [4, с. 155-170]; [5, с. 112-129].

##### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Что такое алгоритм?
2. Перечислите и охарактеризуйте свойства алгоритмов.
3. Перечислите и охарактеризуйте основные этапы работы по введению правил, их применению и по обучению решению алгоритмических задач.
4. Рассмотрите методику введения правила деления дроби на дробь: «Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю». Проведите логико-математический анализ этого правила.

##### **Задания для самостоятельной работы:**

1. Выделите основные теоретические положения по теме «Алгоритмы. Методика формирования алгоритмов в школьном курсе математики» по материалам лекции.
2. Выполните логико-математический анализ приведенных ниже правил по курсу математики 5-6 классов. Если правило не является алгоритмом, то разработайте соответствующий алгоритм.  
*Правило умножения десятичных дробей:* «Чтобы умножить десятичную дробь на десятичную дробь, надо выполнить умножение, не обращая внимания на запятые. И в результате справа отделить запятой столько знаков, сколько их в обоих множителях вместе».  
*Правило выделения целой части из неправильной дроби:* «Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, надо: разделить с остатком числитель на знаменатель; неполное частное будет целой частью; остаток (если он есть) дает числитель, а делитель – знаменатель дробной части».

*Правило деления дроби на дробь:* «Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю».

3. Разработайте алгоритм решения задачи нахождения наименьшего общего кратного двух чисел.
4. Разработайте алгоритм (памятку):
  - разложения многочлена на множители способом вынесения общего множителя за скобки;
  - разложения многочлена на множители способом группировки;
  - решения квадратного уравнения.

### **Тема 5. Задачи в обучении математике. Обучение решению задач (6 часов)**

#### **План:**

1. Функции задач в обучении.
2. Задачи с дидактическими, познавательными и развивающими функциями.
3. Различные подходы к определению последовательности в изучении теоретического материала и решении задач.
4. Компоненты, которые выделяются в структуре задачи как объекте мыслительной деятельности.
5. Стандартные задачи. Обучающие задачи. Поисковые задачи. Проблемные задачи.
6. Классификация задач.
7. Обучение поиску решения задач.
8. Процесс решения задачи. Основные этапы работы.

**Литература:** [1, с. 112-124]; [2, с. 155-219]; [3, с. 75-107]; [4, с. 184-205, 354-386]; [5, с. 198-210, 278-335]; [6, с. 91-122, 125-346].

#### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Какие трактовки понятия «задача» содержатся в литературе по педагогике, психологии и по методике обучения математике?
2. Каковы роль задач в обучении математике?
3. Перечислите и охарактеризуйте функции задач в обучении математике на современном этапе.
4. Каковы виды задач по обучающей роли?
5. Каковы основные компоненты задачи?
6. Каковы основные этапы решения математической задачи?
7. В чем значимость работы по составлению задач обучающимися?
8. Охарактеризуйте методику работы с сюжетной задачей.

#### **Задания для самостоятельной работы:**

1. Понятие математической задачи и ее структура. Определение сюжетной задачи.
2. Основные этапы работы над задачей. Различные приемы работы с текстом задачи.
3. Основные приемы работы на этапе поиска решения задачи.
4. Обратные задачи, их роль при обучении работе с сюжетной задачей.
5. Выделить типологию задач на движение по учебникам математики 5-6 классов.
6. Выделите виды математических моделей, по которым возможно решение задачи.
7. На примере конкретной задачи разработайте методику организации работы с учащимися на всех этапах решения.

### **Тема 6. Методика обучения математике в 5-6-х и 7-8-х классах школы. Методика изучения числовых систем (4 часа)**

#### **План:**

1. Линия числа в школьном курсе математики.
2. Расширение понятия числа. Методика изучения натуральных чисел.
3. Дробные числа. Изучение обыкновенных и десятичных дробей.
4. Положительные и отрицательные числа, действия над ними.
5. Действительные числа, методика их изучения и действий над ними.
6. Место темы «Десятичные дроби» в логике построения содержания различных курсов математики 5-6 классов. Цели обучения теме.
7. Приемы рационализации устных и письменных вычислений при изучении действий с десятичными дробями с использованием свойств (законов) действий над числами.
8. Варианты методики обучения решению задач на проценты.
9. Система контроля по теме «Десятичные дроби».

**Литература:** [1, с. 371-374]; [4, с. 233-257, 287-290, 409-413]; [6, с. 91-122].

### Вопросы для самоконтроля:

1. Как и в каком сочетании можно использовать в школе мотивации практического и теоретического характера при расширении понятия числа?
2. Какие возможны подходы к введению понятия «иррациональное число» в школьном курсе? (На основе анализа содержания линии числа в различных школьных учебниках).
3. Какие возможны варианты построения теории комплексных чисел в школьном курсе? (На основе анализа содержания линии числа в различных школьных учебниках).
4. Свойства (законы) арифметических действий вводятся на множестве натуральных чисел. Какой метод лежит в основе переноса этих свойств на этапах расширения числовых множеств?
5. Какова роль геометрического материала при построении теории числа в курсе математики 5-6 классов? Приведите конкретные примеры.
6. Почему в курсе математики 5-6 классов уделяется большое внимание изучению обыкновенных дробей, несмотря на то, что их роль в практических вычислениях невелика?

### Пример кейс-задания для коллективного решения:

**Задача.** Проанализируйте трактовки понятия: «Формирование математической культуры – одна из целей обучения математике». «Вычислительная культура – один из компонентов общей математической культуры».

- **I подзадача.** Предложите ваш вариант трактовки понятия «вычислительная культура».
- **II подзадача.** Выделите компоненты вычислительной культуры.
- **III подзадача.** На каких этапах обучения математике, при обучении какому содержанию возможна и целесообразна постановка цели «формирование вычислительной культуры»?
- **IV подзадача.** Приведите конкретный пример с соответствующей системой заданий.
- **V подзадача.** Составьте список литературы по вопросам развития понятия о числе для внеклассного чтения учащихся. Укажите, в каких классах она может быть использована.

### Задания для самостоятельной работы:

1. Познакомьтесь с содержанием курса математики начальной школы и требованиями к математической подготовке учащихся начальной ступени обучения.
2. Опишите возможные варианты логики построения теории числа в школьном курсе математики (на основе анализа содержания линии числа в различных школьных учебниках).
3. Постройте классификацию множества комплексных чисел.
4. Определите место темы «Десятичные дроби» в логике построения содержания курса математики 5-6 классов (на основе сравнительного анализа учебников 5-6 классов разных авторских коллективов).
5. Проанализируйте достоинства и недостатки методики изучения действий с десятичными дробями до изучения действий с обыкновенными дробями.
6. Составьте набор упражнений, способствующих усвоению различия между понятиями «дробь» и «дробное число».

## Тема 7. Методика изучения тождественных преобразований алгебраических выражений (4 часа)

### План:

1. Различные подходы к определению тождества.
2. Целенаправленность тождественных преобразований.
3. Основные типы преобразований и этапы их изучения.
4. Методические особенности изучения тождественных преобразований.
5. Методика изучения тождественных преобразований трансцендентных выражений.
6. Методические особенности работы по обучению теме «Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни».
7. Этапы введения понятия тождества в курсе алгебры девятилетней школы. Методика введения понятия на каждом этапе.
8. Методические особенности изучения темы «Одночлены и многочлены»: методика введения понятий; методика введения свойств степени с натуральным показателем; методика формирования умений и навыков по выполнению действий с одночленами.
9. Методика обучения теме «Разложение многочленов на множители». Методика введения способов разложения многочленов на множители, включая применение тождеств сокращенного умножения.
10. Дидактические функции и цели проведения самостоятельных работ, требования к их организации, этапы формирования навыка самостоятельной деятельности при обучении новому материалу.
11. Система самостоятельных работ обучающего характера.
12. Система промежуточного и итогового контроля по теме.

**Литература:** [1, с. 215-245, 266-179, 375-376]; [4, с. 41-44, 158-163, 280-287, 413-423]; [6, с. 122-138].

### Вопросы для самоконтроля:

1. Какое понятие более общее по отношению к понятию «тождество»?
2. Имеют ли место взаимосвязи линии тождественных преобразований с другими основными содержательными линиями школьного курса математики? Если да, то с какими? Приведите примеры связей.
3. Перечислите возможные цели обучения линии «Тождественные преобразования».
4. Является ли тождеством равенство  $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$  в соответствии с определением в учебнике:  
а) «Алгебра - 8» Ш.А. Алимова и др.; б) «Алгебра – 9» Ш.А. Алимова и др.?
5. Вычислите без калькулятора: а)  $173 \cdot 227$ ; б)  $59^2$ ; в)  $\frac{87^3 + 73^3}{160} - 87 \cdot 73$ .
6. Зная, что  $\frac{a}{b} = 2$ , найдите значение выражения  $\frac{a^2 - b^2}{ab}$ .
7. Упростите:  $\frac{(a^4 - b^4)(a^4 + a^2b^2 + b^4)}{a^2 + b^2}$ .
8. Выполняя задание на упрощение выражения, ученик оформил его так:  
 $\underline{2x} - \underline{3a} + \underline{4x} - \underline{5a} = 2x + 4x = 6x + 3a + 5a = 6x + 8a$ . Какие ошибки допущены? Дайте версию причин их появления.
9. Выделите элементы теории тождественных преобразований, используемые при устном нахождении значения выражения  $\frac{25,3^3 - 13,7^3}{11,6} + 13,7 \cdot 25,3$ .

### Пример кейс-задания для коллективного решения:

**Задача.** Проследите линию развития учения о тождественных преобразованиях в курсе математики средней школы на основе анализа учебников алгебры и алгебры и начал анализа.

- **I подзадача.** Изучите программу по математике для девятилетней школы в части содержания темы «Тождественные преобразования рациональных выражений».
- **II подзадача.** Изучите требования к умениям и навыкам обучающихся по применению тождественных преобразований рациональных выражений.
- **III подзадача.** Разработайте план изучения темы «Тождественные преобразования рациональных выражений».
- **IV подзадача.** Проведите сравнительный анализ темы в учебниках разных авторских коллективов.

### Задания для самостоятельной работы:

1. Исследуйте вопрос о математических основах тождественных преобразований рациональных и дробно-рациональных выражений по курсу математики 7-8 классов.
2. Выполните логико-математический анализ теоретического содержания темы «Тождественные преобразования рациональных выражений» и методический анализ задачного материала.
3. Выделите этапы введения понятия тождества в курсе алгебры девятилетней школы.
4. Разработайте методику введения понятия на каждом этапе (фрагмент урока).

## 8 семестр

### Тема 8. Методика обучения математике в 9-х и 10-11-х классах школы. Тождественные преобразования трансцендентных выражений (8 часов)

#### План:

1. Содержание темы «Тождественные преобразования тригонометрических выражений» и логика ее изложения в учебниках разных авторских коллективов.
2. Вводная диагностическая работа (цель, содержание, функции задач, критерии оценки).
3. Вариант методики обучения: формулам приведения; теоремам сложения.
4. Построение системы теоретических знаний по теме с ориентацией на решение задач.
5. Тригонометрический круг – средство формирования пропедевтических знаний по курсу тригонометрии.
6. Система задач, выполняющих пропедевтические функции по функциональной линии и линии уравнений и неравенств.
7. Содержание темы «Модуль числа в курсе девятилетней школы», ее математические основы и место в обучении математике.
8. Методы решения математических задач, содержащих модуль.

9. Типология задач по основным содержательным линиям школьного курса математики, связанных с модулем.
10. Аналитические методы решения алгебраических уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля. Иллюстрация применения выделенных методов.
11. Аналитические методы решения алгебраических неравенств, содержащих неизвестное под знаком модуля. Иллюстрация применения выделенных методов.
12. Преобразования графиков функций, содержащих аргумент под знаком модуля.

**Литература:** [1, с. 224-245, 371-374]; [3, с. 9-50]; [4, с. 299-320, 390-396, 409-413]; [6, с. 253-258].

### Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте цели начального этапа изучения тригонометрии «Тригонометрические выражения и их преобразования».
2. Сформулируйте требования к математической подготовке (по программе по математике для общеобразовательных учреждений).
3. Познакомьтесь с содержанием темы и логикой ее изложения в учебниках разных авторских коллективов.
4. Какие ведущие линии школьного курса математики являются базовыми для обучения теме? Приведите конкретные примеры.

### Пример кейс-заданий для коллективного решения:

**Задача 1.** На основе анализа программ и школьных учебников по курсу математики 5-6 классов, алгебры, алгебры и начал анализа выделите:

- **I подзадача.** Этапы обучения математике, на которых вводится определение модуля.
- **II подзадача.** Суть определений, их математические основы.
- **III подзадача.** Свойства модуля, вводимые на протяжении обучения математике.
- **IV подзадача.** Выполните типологию задач по основным содержательным линиям школьного курса математики, связанных с модулем (основание типологии – требование задачи).
- **V подзадача.** Выделите аналитические методы решения алгебраических уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля. На конкретном наборе задач дайте иллюстрацию применения выделенных методов.

**Задача 2.** Методические особенности задач. Для каждой из приведенных ниже задач определите место в учебном процессе; определите возможные функции в соответствии с этапом обучения; разработайте вариант методики работы по поиску решения.

- **I подзадача.** Упростите выражение  $\frac{a^2 - 4 - |a - 2|}{a^3 + 2a^2 - 5a - 6}$ .
- **II подзадача.** Докажите, что для выполнения равенства  $\frac{30}{x^2 - 1} - \frac{13}{x^2 + x + 1} = \frac{7 + 18x}{x^3 - 1}$  необходимо, чтобы  $|2x - 5| = 13$ . Является ли это условие достаточным?
- **III подзадача.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 9x + 24} - \sqrt{6x^2 - 59x + 149} = |5 - x|$ .
- **IV подзадача.** Решите неравенства: а)  $|x - 2| + |3 - x| > 2 + x$ ; б)  $|x^2 - 5x + 6| \geq |x^2 + 4x - 5|$ .
- **V подзадача.** Изобразите на координатной плоскости область, задаваемую системой
 
$$\begin{cases} |x + y| + |x - y| \leq 4, \\ |x| \leq 1, \\ y \geq \sqrt{x^2 - 2x + 1} \end{cases}$$

### Задания для самостоятельной работы:

1. Разработайте вариант вводной диагностической работы, цель которой – актуализация базовых знаний и определение степени готовности школьников к изучению новой темы.
2. Продумайте вариант построения системы теоретических знаний по теме с ориентацией на решение задач. Установите связи между элементами этой системы.
3. Определите роль тригонометрического круга при обучении теме. Сформулируйте определение тригонометрического круга, исследуйте возможность использования тригонометрического круга в формировании пропедевтических знаний по тригонометрии (линии функции, уравнений и неравенств).
4. Разработайте систему задач, выполняющих пропедевтические функции по выделенным линиям.

5. Выделите аналитические методы решения алгебраических неравенств, содержащих неизвестное под знаком модуля. На конкретном наборе задач дайте иллюстрацию применения выделенных методов.
6. Выделите элементы теории преобразования графиков функций, содержащих аргумент под знаком модуля. Разработайте методику введения теории (на примере одного из преобразований).
7. Приведите примеры задач, иллюстрирующих применение введенной теории.

### **Тема 9. Методика изучения планиметрии: геометрических фигур и их свойств, геометрических преобразований, векторов и координат в курсе геометрии (10 часов)**

#### **План:**

1. Пропедевтический курс геометрии. Методика преподавания геометрии.
2. Составление конспекта урока по общепринятой схеме для 5-6-х классов по определенной теме. Изучение геометрического материала в 5-6 классах.
3. Объективные особенности геометрических представлений.
4. Восприятие и усвоение геометрического пространства.
5. Основные понятия и определения.
6. Методика изучения геометрических фигур и их измерений в систематическом курсе геометрии.
7. Изучение векторов и координат на плоскости.
8. Логическое строение геометрии. Методика изучения аксиом.
9. Взаимное расположение прямых на плоскости. Разработка конспекта урока «Решение задач на параллельность прямых».
10. Виды многоугольников. Обобщающий урок по теме «Четырехугольники».
11. Признаки равенства и подобия треугольников.
12. Виды геометрических преобразований на плоскости: осевая и центральная симметрия, параллельный перенос, поворот, преобразования подобия.
13. Методика изучения перпендикулярности прямых и плоскостей.

**Литература:** [1, с. 195-214]; [2, с. 347-390]; [3, с. 82-107]; [4, с. 206-216]; [5, с. 7-132, 149-237]; [6, с. 102-121, 182-201].

#### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Каковы цели обучения геометрическому материалу в 5-6 классах? в 7-9? в 10-11?
2. Сформулировать аксиому параллельных прямых. Можно ли утверждать, что две прямые параллельны, если они при пересечении с третьей прямой образуют равные углы?
3. С какими сведениями по структуре теоремы знакомятся учащиеся при изучении темы «параллельность на плоскости» в учебнике Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9»?
4. Верно ли, что обратная и противоположная теоремы равносильны?
5. В чем суть метода от противного?
6. Прямые  $a$  и  $b$  параллельны. Какое положение может занимать прямая  $a$  относительно плоскости, проходящей через прямую  $b$ ?
7. Даны прямая и пара пересекающихся плоскостей. Охарактеризуйте все возможные случаи их взаимного расположения.
8. Можно ли на плоскости построить прямую, параллельную любой прямой, проходящей через данную точку вне данной плоскости?
9. Верно ли утверждение: «Две прямые, параллельные одной и той же плоскости, параллельны между собой»?
10. Можно ли построить плоскость, проходящую через данную прямую и параллельную другой данной прямой? Ответ обосновать.
11. Даны две прямые  $a$ ,  $b$  и точка  $M$ , не лежащая на этих прямых. При каком взаимном расположении прямых  $a$ ,  $b$  и точки  $M$  можно провести плоскость, параллельную обеим прямым?
12. Даны две различные плоскости, параллельные двум данным прямым. Можно ли утверждать, что эти плоскости параллельны?

#### **Пример кейс-заданий для коллективного решения:**

**Задача 1.** На основе программы по математике для общеобразовательных учреждений познакомиться с основными вопросами темы и требованиями к математической подготовке учащихся.

- **I подзадача.** Выполните сравнительный анализ содержания и логики его построения в школьных учебниках математики разных авторских коллективов.
- **II подзадача.** Выполните логико-математический анализ темы «Параллельность в пространстве» (по учебнику Л.С. Атанасяна «Геометрия. 10-11 классы»).
- **III подзадача.** Разработайте развернутое планирование обучения теме (при планировании предусмотрите вопросы сопутствующего повторения планиметрии).

- **IV подзадача.** Выполните подбор и составьте перечень научно-методической литературы, которую может использовать учитель при подготовке к урокам по теме.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. Выполните методический анализ теоретического и задачного материала главы «Параллельные прямые».
2. Дайте краткий анализ пропедевтической функции обучения элементам геометрии в подготовке к изучению систематического курса геометрии по следующим направлениям:
  - понимание структуры определения понятия и умение выделять его существенные свойства;
  - потребность в логическом обосновании вводимых утверждений;
  - умение проводить простейшие дедуктивные рассуждения;
  - формирование приемов анализа, синтеза, обобщения, аналогии, конкретизации, абстрагирования, наблюдения и опыта;
  - формирование конструктивных умений.

**Тема 10. Методика изучения функций. Линейная, квадратичная функции. Тригонометрические функции. Показательная и логарифмическая функции (8 часов)**

**План:**

1. Методика изучения функций в девятилетней школе.
2. Развитие понятия функции.
3. Функционально-графическая линия в учебниках алгебры А.Г. Мордковича.
4. Методические особенности изучения линейной функции.
5. Квадратичная функция. Степенная функция.
6. Тригонометрические функции.
7. Показательная и логарифмическая функции.

**Литература:** [1, с. 379-380, 387-388]; [3, с. 387-397]; [4, с. 321-334]; [5, с. 211-237].

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Каково содержание функциональной пропедевтики в 5-6 классах?
2. Какие существуют подходы к введению понятия функции?
3. Каковы основные классы функций, изучаемые в школьном курсе?
4. Имеют ли место взаимосвязи линии функции с другими основными содержательными линиями школьного курса математики? Если да, то с какими? Приведите примеры.
5. Какие свойства, присущие квадратичной функции, не рассматривались у линейной функции?
6. Сформулируйте цели обучения теме «Тригонометрические функции».
7. Перечислите возможные подходы к введению показательной функции.
8. Перечислите возможные подходы к введению логарифмической функции.
9. Какие ошибки встречаются чаще всего при решении показательных и логарифмических неравенств?
10. Какое уравнение называется показательно-степенным? Какие ошибки чаще всего встречаются при решении уравнений этого вида?

**Пример кейс-заданий для коллективного решения:**

**Задача 1.** Выполните сравнительный анализ содержания и логики построения темы «Квадратичная функция» в школьных учебниках разных авторских коллективов.

- **I подзадача.** Выполните методический анализ темы «Квадратичная функция» на основе одного из действующих школьных учебников.
- **II подзадача.** Разработайте методику введения функции  $y = ax^2$  и ее свойств.
- **III подзадача.** Выделите этапы: мотивация, введение, первичное закрепление.
- **IV подзадача.** Предложите вариант оформления доски при изучении теории.
- **V подзадача.** Разработайте опорный конспект.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. Разработайте схему исследования функции элементарными методами с целью построения ее графика.
2. Привести пример исследования по разработанной схеме.
3. Разработайте методику работы с сюжетной задачей, в процессе решения которой использовались бы свойства квадратичной функции.
4. Подготовьте сообщение по теме «Обратные тригонометрические функции в классах углубленного изучения математики».

## 9 семестр

### Тема 11. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики. Методы их решения (4 часа)

#### План:

1. Уравнения в средней школе. Равносильность уравнений.
2. Неравенства в средней школе.
3. Основные виды неравенств, их классификация.
4. Информационные карточки по типам уравнений и неравенств.
5. Посещение открытых уроков в школах по данной теме.
6. Анализ открытых уроков в школах, гимназиях, лицеях г. Мурманска.

**Литература:** [1, с. 224-245, 377-378]; [3, с. 9-50, 75-107]; [4, с. 298-320]; [5, с. 123-430].

#### Вопросы для самоконтроля:

1. На основе анализа программы по математике общеобразовательных учреждений, содержания школьных учебников постройте классификацию видов уравнений, изучаемых в школьном курсе.
2. Исследуйте вопрос о целесообразности разработки алгоритмических предписаний решения уравнений.
3. Для каких уравнений целесообразно разрабатывать алгоритмических предписаний? Приведите примеры таких предписаний.

#### Пример кейс-заданий для коллективного решения:

**Задача.** Выполните анализ школьных учебников математики и методической литературы для учителей по обучению учащихся решению уравнений и неравенств.

- **I подзадача.** Разработайте набор уравнений, функция которого – формирование элементов математической культуры (ОДЗ, условие равносильности перехода).
- **II подзадача.** Разработайте фрагмент урока по теме «Рациональные уравнения».
- **III подзадача.** Разработайте сценарий урока обобщающего повторения по теме «Рациональные уравнения».

#### Задания для самостоятельной работы:

Решить уравнения и записать методический комментарий к ним:

- 1)  $\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0$ ;
- 2)  $3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 = 0$ ;
- 3)  $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$ ;
- 4)  $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0$
- 5)  $2^x = 6 - x$

### Тема 12. Алгебраические и трансцендентные уравнения и неравенства, их системы (2 часа)

#### План:

1. Рациональные неравенства, методы их решения.
2. Методика изучения и способы решения линейных и квадратных уравнений.
3. Методика изучения дробно-рациональных уравнений.
4. Графический метод решения уравнений и неравенств.
5. Решение неравенств методом интервалов.
6. Применение уравнений и неравенств к решению задач.
7. Методика решения показательных и логарифмических уравнения и неравенства.
8. Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.
9. Способы решения систем уравнений и неравенств.

**Литература:** [1, с. 224-245, 377-378]; [3, с. 9-50, 75-107]; [4, с. 298-320]; [5, с. 123-430].

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Дайте определение уравнения с одной переменной.
2. Приведите трактовки понятия уравнения в действующих школьных учебниках (учебники под редакцией Теляковского, под редакцией Дорофеева, учебники Алимова, Мордковича, Мерзляка).
3. Какие виды уравнений изучаются в средней школе?
4. Приведите классификацию уравнений, изучаемых в школьном курсе математики.
5. Ознакомьтесь с содержанием обучения теме «Уравнения и неравенства» в 5-9 классах и 10-11 классах.
6. Какими требованиями определяется уровень обязательной подготовки учащихся 5-9 классов по данной теме?

7. Приведите примеры применения свойств функций (монотонность, периодичность, непрерывность) при решении уравнений и неравенств.
8. Приведите примеры применения понятия производной при решении уравнений и неравенств.
9. Какими требованиями определяется уровень обязательной подготовки учащихся 10-11 классов по данной теме?
10. Какие методы решения уравнений и неравенств применяются в 5-6 классах?
11. Какие методы решения уравнений и неравенств применяются в 7-9 классах?
12. В чем различие между уравнением первой степени и линейным уравнением?
13. Какие преобразования, приводят к равносильным уравнениям?
14. Какие преобразования, приводят к потере корней?
15. Какие преобразования, приводят к появлению посторонних корней?
16. Что такое ОДЗ уравнения?

**Пример кейс-заданий для коллективного решения:**

**Задача.** Дано уравнение  $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x-6} = 5$

- **I подзадача.** Найти область допустимых значений уравнения.
- **II подзадача.** Решить уравнение, обосновывая каждый этап решения.
- **III подзадача.** Выполнить проверку.
- **IV подзадача.** Выяснить, произошло ли в ходе решения расширение области определения уравнения, если да, то на каком этапе.

**Задания для самостоятельной работы:**

Решить неравенства и записать методический комментарий к ним:

1.  $\frac{1-x}{x} > \sqrt{\frac{3x-2}{3x+4}}$
2.  $4 \sin 2x \cos 2x \geq \sqrt{2}$
3.  $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x - 3) \geq 5$
4.  $(7x + 2)\sqrt{4x - 3x^2 - 1} \leq 0$
5.  $\frac{|x-7|}{3} \leq 2$

**Тема 13. Тригонометрические уравнения и неравенства (2 часа)**

**План:**

1. Решение тригонометрических уравнений
2. Виды тригонометрических уравнений, основные методы их решения в школьном курсе математики.
3. Решение тригонометрических уравнений, содержащих знак модуля или знак корня.
4. Свойство ограниченности функций синус и косинус.
5. Метод минимаксов. Использование свойств функций при решении уравнений.
6. Графический метод решения уравнений.
7. Функциональные методы решения тригонометрических уравнений.
8. Периодичность тригонометрических функций.
9. Способы решения простейших тригонометрических неравенств.
10. Решение тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим.
11. Решение однородных тригонометрических уравнений.

**Литература:** [1, с. 224-245, 377-378]; [3, с. 9-50, 75-107]; [4, с. 298-320]; [5, с. 123-430].

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Какие виды тригонометрических уравнений рассматриваются в школьном курсе математики?
2. Какие методы решения тригонометрических уравнений вы знаете?
3. Перечислите способы решения тригонометрических уравнений, в чем их суть?
4. Каковы способы решения тригонометрических уравнений, содержащих знак модуля?
5. В чем суть метода минимаксов?
6. Какие свойства функций используются при решении тригонометрических уравнений?
7. В чем состоит суть графического метода решения уравнений?
8. Способы решения простейших тригонометрических неравенств.
9. Приведите примеры решения тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим.
10. Обоснуйте методику решения однородных тригонометрических уравнений.

**Пример кейс-заданий для коллективного решения:**

**Задача 1.** Решить уравнения и записать методический комментарий к решению.

- **I подзадача.**  $|x + \sin x| = x + 3$
- **II подзадача.**  $|\cos x| = \cos x - 2 \sin x$
- **III подзадача.**  $\sqrt{2 \cos \pi x} = -\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctg} \pi x$
- **IV подзадача.**  $\sin^4 x + \cos^7 x = 1$
- **V подзадача.**  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} + \sin^4 4x$
- **VI подзадача.**  $\cos \pi x = x^2 - 4x + 5$
- **VII подзадача.**  $x^2 + (1+x) \sin \frac{\pi x}{6} = \frac{3+x}{2}$

**Задания для самостоятельной работы:**

1. Решить неравенство методом интервалов  $\sin x(1 - 2 \cos x) \leq 0$
2. Решить неравенство методом интервалов  $\cos 2x \cdot \operatorname{ctg} x < 0$
3. Решить неравенство  $3 \sin^2 x + \sin 2x - \cos^2 x \geq 2$
4. Решить неравенства  $\sin x + \cos x < \frac{1}{\cos x}$ ,  $\frac{\sin 3x - \cos 3x}{\sin 3x + \cos 3x} < 0$
5. Найти область определения функции  $y = \sqrt{5 \cos \frac{\pi x}{2} - 2(1 + \cos^2 \frac{\pi x}{2})} - \sqrt{3x - 11} + \sqrt[4]{5 - x}$
6. Решить неравенство методом интервалов  $\sin 2x + \sin x > 0$
7. Решить неравенство методом интервалов  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x \geq 2$
8. Решить неравенство  $6 \sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x > 2$
9. Решить неравенство  $\sin x + \cos x < \frac{1}{\sin x}$
10. Найти область определения функции  $y = \sqrt{\operatorname{ctg}^5 \frac{\pi x}{12} - 1} + \frac{1}{\sqrt{11x - x^2 - 10}}$

**Тема 14. Методика изучения производной. Методика изучения первообразной и интеграла (2 часа)**

**План:**

1. Подготовка учителя к уроку.
2. Логико-математический анализ темы и методический анализ задачного материала.
3. Анализ объяснительного материала пункта учебника.
4. Поурочное планирование.
5. Развернутое методическое планирование темы.
6. Изучение предела и непрерывности функции.
7. Различные подходы к введению понятия производной функции.
8. Методика изучения сложной функции и ее производной.
9. Применение производной.
10. Методика изучения первообразной, криволинейной трапеции и интеграла.

**Литература:** [1, с. 130-156, 168-183, 266-279]; [2, с. 78-101]; [4, с. 222-253].

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Какие слова (или сочетания) быденного языка соответствуют понятию производной в математике?
2. В учебниках алгебры и начал анализа у кого из авторов наиболее усилена прикладная направленность изложения темы «Производная»?
3. Укажите внутрипредметные связи правил дифференцирования функций.
4. Какие способы нахождения уравнения наклонной асимптоты графика функции встречаются в школе? Какова математическая основа каждого из приведенных способов?
5. Перечислите виды математических задач, которые решаются с использованием производной в школьном курсе математики.
6. Какие математические идеи представлены в теме «Производная и ее применение»?
7. За счет чего можно разнообразить систему упражнений, направленных на отработку навыков дифференцирования?
8. Можно ли определение касательной к окружности распространить на понятие касательной к кривой?

9. Дифференцируемы ли функции: а)  $f(x) = \frac{1}{x-3}$  в точке  $x = 3$ ;  
б)  $f(x) = \sqrt{x+5}$  в точке  $x = -5$ ; в)  $f(x) = |x^2 - 4x|$  в точках  $x = 0, x = 2, x = 4$ ?
10. Истинны ли следующие высказывания:  
а) если функция  $f$  имеет в точке  $x_0$  производную, то она непрерывна в этой точке;  
б) если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , то она имеет в этой точке производную?

**Пример кейс-заданий для коллективного решения:**

**Задача 1.** Проанализировать серию учебников по алгебре и началам анализа (согласно распределению между студентами группы).

- **I подзадача.** Оформить результаты анализа в электронном виде.
- **II подзадача.** Подготовить устное выступление (с демонстрациями и примерами) по проведенному анализу учебников.
- **III подзадача.** Выступить с докладом на занятии.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. Каковы методические отличия учебника от учебников других авторов или авторских коллективов?
2. Что бы Вы отнесли к достоинствам учебника и почему?
3. Какие, на Ваш взгляд, имеются недостатки, и какие пути их сглаживания можете предложить?
4. Что входит в учебно-методический комплект данного учебника (если есть)?
5. Имеются ли методические рекомендации для учителя к данному учебнику?
6. Есть ли сборники дидактических материалов к учебнику?
7. Разработайте фрагмент урока по теме «Понятие производной» в классах различных профилей.
8. Разработайте вариант проверочной работы по теме «Первообразная» для классов различного профиля.
9. Опишите методику ознакомления учащихся с формулой Ньютона-Лейбница.
10. Составьте вариант разноуровневой итоговой контрольной работы по теме «Интеграл. Приложения интеграла».